La tierra suena

por Juan María Solare

<u>Nota introductoria</u>: *En aras de la comprensibilidad, basado en la penosa experiencia de explicar estos asuntos a oyentes vírgenes en estos temas, y orientado por el dudoso principio según el cual "lo que se dice una sola vez no puede ser tomado por demasiado relevante", he incluido intencionalmente redundancias, repeticiones, tautologías, ejemplos banales y largas enumeraciones.*

Que la tierra suena no es novedad, ni es mucho más que un dato anecdótico saber exactamente qué nota emite; lo interesante es que en el razonamiento que lo demuestra se ponen en juego varios principios fundamentales de la acústica, fundamentalmente de la acústica aplicada a la música.

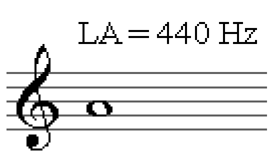
Cierto es que en el vacío (o extremadamente ralo medio interplanetario) no hay, por definición, un medio transmisor. En estricta justicia, al no haber aire no hay sonido, por más vibraciones que haya. En el resto de este escrito debiera siempre tenerse en mente, como ruido de fondo: "*si la tierra sonara, ¿cómo sonaría? Así.*"

Vamos por partes. Un sonido cualquiera tiene una altura fija, determinada, cuando el cuerpo que lo produce vibra periódicamente (cuando vibra aperiódicamente lo llamamos coloquialmente "ruido"; o -en justicia- sencillamente "sonido sin altura determinada").

Ocupémonos aquí de las vibraciones que resultan de un movimiento regular, periódico. Cualquier cosa que se mueva periódicamente, en ciclos, genera una vibración más rápida o más lenta (y esto incluye el movimiento de los planetas).

La altura del sonido depende únicamente de la cantidad de veces por segundo que vibra el cuerpo en cuestión. Cuanto más rápido vibre, más aguda es la nota.

Así, la nota "LA" de referencia, con el cual suelen afinarse los instrumentos, será generada por cualquier cuerpo que vibre 440 veces por segundo. Y esto, independientemente del *material* que esté vibrando: puede ser el metal de un diapasón, o una cuerda de tripa o de nylon, o una columna de aire, o un trozo de madera, o el motor de un auto.



[Ilustración #1: pentagrama con el LA de 440 Hz]

(En el caso de un motor, podemos determinar "a oído" a cuántas revoluciones por minuto gira, tan sólo oyendo la nota que emite. 440 ciclos por segundo -el LA central- equivalen a 440*60 = 26.400 RPM - revoluciones por minuto).

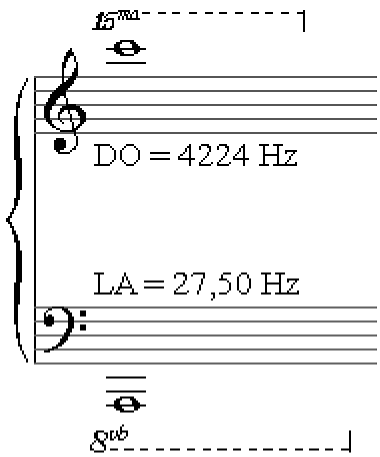
Espacio Sonoro n.º 7. Octubre 2005
ISSN 1887-2093. D. L.: SE-2436-04

En lugar de "ciclos por segundo" suele usarse la unidad "Herz" (castellanizado: Hercio), su sigla es "Hz". Es exactamente lo mismo decir "440 Hz" que 440 cps (ciclos por segundo). Esta cantidad, 440, es la *frecuencia* de la nota "LA central" (o "LA 4", considerando que el LA más grave del piano es el "LA 0" y el más agudo el "LA 7"). Otras notas tienen otras frecuencias. La *frecuencia* es la mensura física, *nota* es la correspondiente percepción sonora de altura. *Frecuencias* hay en el mundo externo, físico, *notas* sólo dentro del oído.

*

Volvamos a la Tierra. Es innegable que hay al menos dos movimientos periódicos naturales relacionados con nuestro vapuleado planeta: el de rotación sobre su eje y el de traslación alrededor del sol. Al primero lo llamamos coloquialmente "día", y al segundo lo conocemos como "año". Puesto que ambos son movimientos periódicos, ambos corresponden a una frecuencia, y consecuentemente a una nota (a dicho al revés: a ambos movimientos -día y año- les corresponde una nota).

El problema es que no oímos esas notas, porque están muy por debajo de nuestro umbral de audición. El oído humano está preparado para percibir notas cuyas frecuencias se encuentren entre los 16 y los 20.000 Hercios. Esto es en teoría, porque en la práctica ya me estoy quedando sordo para frecuencias arriba de 15.000 Hz. Para hacernos una idea: la nota más aguda del piano (el "DO 8") vibra a 4.224. Hz, y la nota más grave del piano (el "LA 0") vibra a 27.5 Hz.



[ilustración #2: pentagrama con el DO 8 y el LA 0]

Es decir, para que podamos oír un sonido, *algo* (sea esto lo que fuere) debe oscilar al menos 16 veces en un segundo. La Tierra rota mucho más lento (afortunadamente; si no, saltaríamos despedidos a la estratósfera). ¿Cuánto más lento? Fácil: en lugar de 16 veces en un segundo, rota una vez en un día; es decir, en aproximadamente 24 horas (24 h * 60 min * 60 seg = 86.400 segundos).

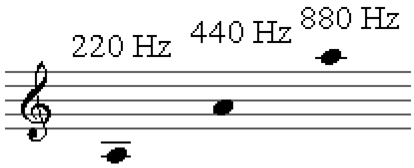
"Aproximadamente 24 horas" significa que, si queremos ser muy precisos, un día no dura exactamente 24 horas sino 23 horas, 56 minutos y 4 segundos (86.164 segundos en total). A esta constante astronómica se la llama "día sideral", es el período de rotación de la Tierra.

"Sideral" significa "perteneciente a las estrellas". La idea del "tiempo sideral" es medir el movimiento terrestre con relación a las estrellas distantes, "fijas", y no con respecto al sol. Para diferenciarlo, al día de 24 horas exactas se lo llama astronómicamente "día solar promedio".

*

Muy bien, pues la tierra, al girar sobre su eje "vibra" a 1/86.164 Hercios. ¿Cómo calculo a qué nota corresponde? Tiene que ser un nota sumamente grave, porque "*cuanto menor (más baja) es la frecuencia, más grave es la nota que le corresponde*". Así que transportemos esta nota unas cuantas octavas para arriba. Imaginemos el teclado de un piano gigante, que en lugar de siete octavas de extensión tuviera setenta. [Bastante arriba del registro audible encontramos la luz visible o los rayos gamma ([1]); y] bastante por debajo hallaremos los movimientos planetarios. ¿Cuántas octavas por debajo?, y ¿cómo transportar?

Un principio fundamental de la acústica dice que cuando se duplica la frecuencia de un sonido, su altura sube una octava. Es decir: un cuerpo que vibra 440 veces por segundo genera el LA central; otro que vibra 880 veces en un segundo produce otro LA, pero una octava por encima del anterior. Obviamente, un tercer cuerpo vibrando a 220 Hercios nos permitirá oir también un LA, pero una octava más grave que el primer LA (el de 440 Hz).



[ilustración #3: LA 220, 440 y 880]

Ergo, si tomamos aquel número (1/86.164), que corresponde a la frecuencia de la rotación de la Tierra, y lo multiplicamos por 2 la suficiente cantidad de veces, lograremos que ingrese en nuestro ámbito de audibilidad (es decir, entre 16 y 20.000 Hercios).

Ya me tomé el trabajo de hacer el cálculo, y la cosa quedó así:

1/86.164 Hz * 2^25 = 389,4251891741... Hz

[ilustración #4: frecuencia del DIA SIDERAL]

En este caso hemos multiplicado 25 veces por 2 (es decir, multiplicamos por 2 a la 25). Podría haber multiplicado 24 veces o 26; pero me conviene que el resultado quede cerca del 440, nuestra referencia principal (el LA de afinación).

---

[1] La distinta naturaleza de las vibraciones de la luz y el sonido es un problema a consecuencia del cual la construcción del "piano gigante" adolece aún de impracticabilidad. Una lástima. Pero algo ya se me va a ocurrir para acomodar la realidad a mi imaginación, que es lo que interesa. Luis G. López, profesor de astronomía en el Colegio Nacional de Buenos Aires, me escribió el sábado 30 de septiembre del 2000: "*Es cierto que la luz (tanto la visible como los rayos gamma) tiene una frecuencia mayor que la del sonido; pero son dos tipos de onda completamente distintas: la primera es la oscilación de los campos magnético y eléctrico simultáneamente, y la otra una oscilación material; la primera es una vibración transversal (los vectores campo eléctrico y magnético crecen y disminuyen en sentido transversal al desplazamiento de la luz) y la segunda es longitudinal (la variación de densidad de la materia que transporta el sonido -digamos, el aire- es debida al movimiento de las moléculas presentes en el aire, las cuales oscilan en el mismo sentido en que se propaga el sonido). Un mismo instrumento, un 'piano gigante', no podría producir desde sonidos hasta luz usando el mismo principio para todo.*"

Si hubiéramos tomado el "día solar promedio", el de 24 horas exactas, la nota correspondiente sería:

1/86.400 Hz * 2^25 = 388,3614814815 Hz

[ilustración #5: frecuencia del DIA SOLAR]

En realidad no hay demasiada diferencia.

*

Todo muy bonito. El Día "suena" a 389 Hercios. ¿Y esto qué nota es? Aquí entra en juego una variante de la misma ley fundamental de la acústica que mencionamos antes. Dijimos que al multiplicar por 2 una frecuencia, la altura de la nota correspondiente saltaba a la octava superior. Pero esto vale para todos los intervalos, no sólo la octava. Cada intervalo tiene una constante que lo caracteriza, un cociente, un número. Así como el número que define la relación de octava es el 2, los demás intervalos están asociados a otros números, concretamente fracciones. Esta es la clave del asunto (que descubrió supuestamente Pitágoras hace 2500 años, aunque presumo que otras culturas lo sabían desde mucho antes).

Y son fracciones porque en realidad lo que estamos haciendo al medir un intervalo es comparar dos notas, dividiendo sus frecuencias entre sí.

Un ejemplo intermedio: el número que caracteriza a la quinta justa es 3/2 (1,5). Si multiplico la frecuencia del LA (440 Hz) por el número de la quinta justa (1,5) obtengo la frecuencia del MI superior (440 Hz * 1,5 = 660 Hz). Por cierto, si lo que quiero obtener es la frecuencia de la nota una quinta por debajo del LA (o sea, un RE), lo que debo hacer es *dividir* por 1,5 Es decir: 440 Hz / 1,5 = 293,33 Hz.

En general, cuando se multiplica la frecuencia de una nota cualquiera por una constante característica (distinta para cada intervalo), se obtiene la frecuencia -en Hercios- de otra nota, ubicada a *ese determinado* intervalo más arriba de la nota de partida. (Si lo *divido*, obtendré la frecuencia de la nota ubicada a ese mismo intervalo pero por *debajo*.)

Podríamos complicar el problema mencionando que existen distintos criterios de afinación (pitagórica, temperada, entonación justa, etc.) pero no voy a hacerlo. Ya es suficiente la matemática como calamidad. Para entender los principios basta con elegir *un* criterio de afinación; elijo el de "temperamento igual" (el mismo que eligió Bach en su momento, opción que queda reflejada en el título de una de sus obras más famosas, "*El Clave bien Temperado*").

Desde una perspectiva histórica, el Temperamento Igual es un sistema de referencia neutral, salomónico, ubicado entre el sistema pitagórico de afinación del Medioevo y la riqueza de diversas afinaciones renacentistas, por ejemplo. "Neutral" no quiere decir que sea el mejor (tampoco el peor). Sólo que nos resulta útil ahora, en este escrito. En realidad, ni siquiera los pianos están afinados exactamente en base al Temperamento Igual, y si no pregúntenle a su afinador, que estará feliz de explayarse sobre el tema.

"Temperamento igual" significa postular que una octava está dividida en doce semitonos exactamente iguales. Y ¿cómo divido una octava? La operación matemática de la división no es adecuada, puesto que si hago "2 dividido 2", lo que obtengo es 1. Supongamos que quiero dividir la octava LA-LA en dos partes iguales. Si divido 440 Hz / 2 obtengo 220 Hz, la frecuencia del LA por debajo del original; pero *NO* la frecuencia de la nota que está *en el medio*, el MI Bemol. Esto es así porque en realidad "2" es "2/1", es una fracción (todo intervalo es una fracción entre dos frecuencias); y para "dividir" una fracción tengo que ir una operación más allá: a la *radicación*.

En este caso, raíz cuadrada de 2 nos da exactamente la mitad de la octava. Comprobémoslo:

- LA de 220 Hz * raíz cuadradada de 2 [que es 1,4142...] = MI Bemol de 311 Hz (evito abundar en decimales para no complicar la vida)
- Luego, este MI Bemol de 311 Hz * raíz cuadradada de 2 [1,4142...] = 440 Hz, un LA ubicado justamente una octava por encima del anterior "LA 220". Sería saludable que lo comprobasen calculadora en mano.

Ahora que sabemos que la operación matemática que permite dividir intervalos es la radicación, podemos razonar así: "si para dividir una octava en dos partes iguales uso la raíz cuadrada, para dividirla en tres partes usaré la raíz cúbica". Claro: porque "raíz cúbica de 2 * raíz cúbica de 2 * raíz cúbica de 2" = 2. En notas:

LA - DO # (=RE b) - FA - LA. En frecuencias (Hz):
220 - 277 - 349 - 440

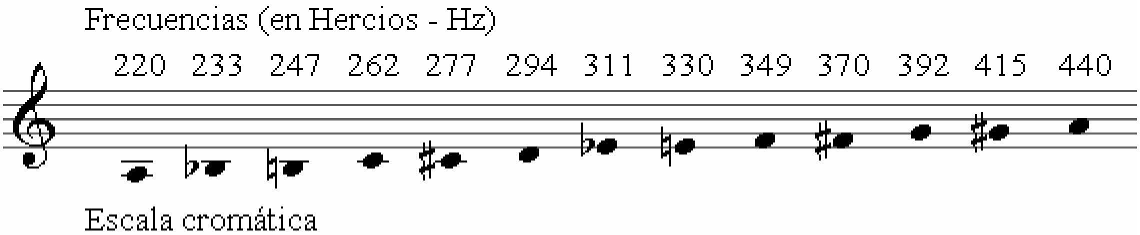
Siguiendo un razonamiento así, "para dividir una octava en doce partes exactamente iguales, hay que usar la raíz duodécima de 2".

Dicho de otra manera: se trata de encontrar un número tal que multiplicado por sí mismo 12 veces nos dé como resultado "2". Y este número es la raíz duodécima de 2, una constante importantísima en la música temperada en base a doce notas. (La raíz duodécima de 2 es igual a 1,05946...)

<u>Excursus</u>: En realidad no tiene porqué ser siempre la octava la que dividimos; podría ser cualquier intervalo. Usamos la octava como ejemplo por ser ella el intervalo más sencillo (y porque de hecho la octava ha jugado un papel protagónico en la historia), pero es muy estimulante pensar cómo sonaría dividir una séptima mayor en 5 partes iguales. Tales experimentos microinterválicos suelen hacerse en música electrónica (los instrumentistas no están preparados para estas sutilezas), donde puede experimentarse sobre estas afinaciones no tradicionales con más precisión y credibilidad. Sólo por poner un ejemplo ilustrativo para el estudiante curioso (valga la contradicción): en el "*Studie II*" para cinta

sola (1954), Karlheinz Stockhausen divide el intervalo de "decimoséptima" (es decir: una tercera mayor más dos octavas, una "tercera mayor dos veces compuesta") en 25 partes iguales. La constante es "*raíz 25ª de 5*" (el número 5 caracteriza a la "tercera mayor dos veces compuesta"). El intervalo que resulta (un número ligeramente mayor que un semitono) genera un campo armónico cromático "blando", y evita elegantemente el intervalo de octava, que haría demasiada referencia a la tradición tonal. Es decir, Stockhausen no eligió este número por ser aritméticamente "atractivo" sino por corresponder a una realidad sonora que le interesaba obtener. Fin del excursus.

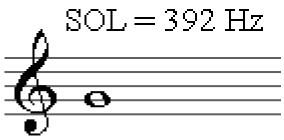
Ahora que sabemos que "raíz duodécima de 2" caracteriza al semitono (otra vez: a la duodécima parte de una octava), podemos escribir una escala cromática completa, de LA a LA (redondeo las frecuencias, en Hercios):



[ilustración #6: escala cromática]

Repito, por si hay algún lector desatento: cada número de esta lista surge de multiplicar el anterior (a su izquierda) por la constante "raíz duodécima de 2", que caracteriza al intervalo de semitono.

Y tras una larga digresión llegamos a donde queríamos llegar: a averiguar qué nota corresponde a la frecuencia del Día. El DIA "suena" a 389 Hz, según vimos [ilustración #4], y muy cerca de esta frecuencia está la nota "SOL 4", con 392 Hz.



[ilustración #7: pentagrama con la nota "SOL 4" de 392 Hz]

La diferencia de 3 Hz es, en este registro, apenas audible. Calculemos a ojo: si entre el SOL y el FA# hay 22 Hz, 3 Hz representan menos del 14%, la séptima parte de un semitono. Más adelante (en el párrafo "CENTS") veremos con más precisión cuánto se desvía exactamente el DIA de la nota SOL.

*

Otro excursus: Observando esta listita descubrimos otras cosas muy interesantes. Por ejemplo, que al LA barroco de 415 Hz lo llamamos hoy SOL #. Como es sabido, hay una tendencia a subir paulatinamente la afinación de referencia. Ya hay orquestas que desde hace décadas afinan en LA de 442 Hz, y hasta 445, algo más "brillante" que el 440. Si tocamos una obra renacentista o barroca con la afinación de hace tres siglos (con el LA a

415 Hz en lugar de 440) no sólo sonará un semitono más grave, sino -y esto es lo determinante- más mullida, porque las cuerdas estarán más flojas, menos tensas. "Parece que las obras duraran menos" me comentaba en este sentido un violista (concretamente mi hermano).

Otra de las cosas interesantes que comprobamos con alivio es que, siempre que dividimos las frecuencias de dos notas en relación de quinta justa, obtenemos el mismo número: 1,5 (algo que habíamos anticipado). Por ejemplo, 330/220 (MI/LA) = 1,5; o también 370/247 (FA#/SI) es aproximadamente 1,5. Hallarán ligeras diferencias, debidas en gran medida al redondeo. Fin del excursus.

*

Exactamente el mismo mecanismo seguimos para averiguar en qué nota suena un AÑO. Podría dejarlo para tarea del estudiante, pero no soy tan cruel. Eso sí, como es básicamente el mismo procedimiento pero con otros números, aceleraré el razonamiento.

La primera cuestión es averiguar cuántos segundos hay en un año.

En un año hay 31.558.150 segundos. Parece mentira, pero determinar esta cifra no es nada fácil. Si estamos distraídos podríamos pensar que hay que multiplicar la cantidad de segundos de un DIA por 365 días, pero nos hemos olvidado de que hay un bisiesto cada cuatro años (en los años divisibles por 4, como 1968); así que son 365 días y cuarto: 365,25 (esto se conoce como año juliano, porque era el que instauró Julio César). Hilando más fino, no son 365,25 sino 365,24 porque cada siglo hay un bisiesto menos (en los años divisibles por 100, como 1900). Más fino aún: uno de estos siglos redondos, cada cuatro siglos, sí es bisiesto (los años divisibles por 400, como el 2000). Así tendríamos un año de 365,2425 días. Este se conoce como calendario gregoriano, porque lo instauró el Papa Gregorio VIII en 1582.

En fin, si hilamos más fino aún (y tuve que consultar tratados de astronomía para enterarme) averiguamos que existen varios tipos de año. Los relevantes aquí son (además del año calendario) el año sideral y del año trópico; y la diferencia entre ambos es de unos 20 minutos.

El ***año trópico*** (365 días, 5 horas, 48 minutos y 46 segundos) es el tiempo transcurrido entre dos equinoccios vernales (es decir, de un 21 de marzo al siguiente 21 de marzo; esto será el equinoccio de primavera en el hemisferio norte y el de otoño en el sur). Esto equivale a 31.556.926 segundos (curiosamente, para este cálculo debe tomarse el día solar promedio, de 24 horas).

Debido al movimiento de precesión de los equinoccios (un lento balanceo del eje de la Tierra) el año trópico es 20 minutos más corto que el ***año sideral*** (365 d, 6h, 9m y 10 s), que es el tiempo que tarda el sol en regresar al mismo lugar en su viaje anual aparente, medido contra el telón de fondo de las estrellas "fijas" (por eso "sideral").

¿Cuál de ambos criterios tomamos? En el fondo da igual: cuqlauiera sea el que elijamos, el correcto será siempre el otro. Para simular coherencia con la elección anterior (la del día sideral), elijamos también el *año sideral*. (De todos modos, para mi propia tranquilidad -la del lector me importa poco- ya hice las cuentas pertinentes, y la diferencia sonora es prácticamente nula: queda en el orden de los 0,01 Hercios).

Estas ligeras diferencias surgen de la divergencia entre lo que es el año para el cosmos (año sideral), cómo se lo ve desde la Tierra (año trópico) y lo que es el año para nosotros (calendario, cómo medimos el tiempo).

En resumen, podemos considerar, sin culpa, que para nuestros fines un año tiene 31.558.150 segundos. Como lo que nos interesa es el movimiento terrestre alrededor del sol, y no nuestro calendario, nos quedamos con este número. (Tomar esta decisión fue la etapa más complicada, ahora los cálculos se tornan más fluidos).

*

Luego, la "frecuencia" del AÑO es "un ciclo cada 31.558.150 segundos". Para transportar esta nota al registro audible hay que multiplicarla por 2 varias veces. Que sean 33 veces (es decir, multiplicaré por 2^33) y obtenemos:

1 / 31.558.150 * 2^33 = 272,1938577515...

[ilustración #8: frecuencia del año sideral]

Un número que por razones de salud redondeamos de inmediato a 272 Hercios.

Por cierto, recordemos que antes (al calcular la nota correspondiente al DIA) multiplicamos por 2^25, y ahora por 2^33. La diferencia entre ambos exponentes (33-25 = 8) nos da la cantidad de octavas que separan al AÑO del DIA: ocho octavas.

Y ahora veamos a qué nota corresponde. En nuestra escala cromática (ilustración #6) está muy cerca del DO# (sólo 5 Hz más bajo).

Así llegamos a la poco triunfal conclusión que la nota producida por la Tierra al girar sobre su eje es un SOL, y al trasladarse alrededor del astro rey es un DO#, ocho octavas más grave. SOL/DO#, un bello tritono.

*

CENTS

Llegó el terrible momento de precisar cuánto se desvían estos 389 Hz y estos 272 Hz del SOL y el DO# temperados; y cuál es exactamente el intervalo que forman. Porque decimos muy alegremente "aproximadamente un tritono", pero "aproximadamente" no es demasiado tranquilizador. Una mujer no está aproximadamente embarazada - podemos ser más precisos.

Y aquí entra en escena el CENT. El cent es una practiquísima unidad de medida de intervalos musicales que introdujo Alexander John Ellis (1814-90, el traductor al inglés de los escritos de Helmholtz) para estudiar la música extraeuropea, al percatarse de que existen otros sistemas de afinación, muy coherentes pero distintos al occidental. Ya sólo por esto me caen simpáticos los cents, por manifestar un esfuerzo en contra del eurocentrismo patógeno, y un esfuerzo por acomodar las herramientas de medición a lo que se encontraba en otras civilizaciones (y no al la inversa, como suele suceder).

También son muy prácticos los cents para comparar distintos sistemas de afinación occidentales (temperado, pitagórico, entonación justa y el mismo etcétera que al comienzo).

La definición del cent es sencilla: hay 100 cents en un semitono temperado, o sea 1200 cents en una octava (300 cents en una tercera menor, 600 cents en un tritono, y saquen ustedes mismos las otras cuentas). De este modo podemos medir variaciones microinterválicas realmente sutiles, aún más finas que el grado de audibilidad.

Para saber cuánto mide, en cents, cualquier intervalo, primero tengo que expresar este intervalo como fracción [como número real], luego calcular el logaritmo base 2 de ese número, y por último multiplicar ese resultado por 1200.

La fórmula para medir en cents el intervalo J sería:

cents(J) = log2 (J) * 1200

[ilustración #9: fórmula conversión a cents]

¿Por qué usar logaritmos en base 2? Porque el fundamente de todo nuestro sistema interválico es la octava, cuya constante característica es el número 2 (recordemos por enésima vez que 440 Hz * 2 = 880; en términos musicales el LA central y el LA una octava arriba).

Como ejemplo, un caso trivial pero ilustrativo: *calcular cuántos cents hay en una octava*. Aplicando la fórmula anterior tenemos:

log2 (2) * 1200 = ?

El logaritmo base 2 de 2 es justamente 1. Si multiplico 1 * 1200 obtengo casualmente 1200, que es por definición la cantidad de cents en una octava.

Para aquellos que cursaron la escuela primaria hace demasiados años y nunca necesitaron de los logaritmos: recordemos que *el resultado de un logaritmo es el exponente*. Un caso simple:

10^2 = 100 (es decir, 10*10 = 100)

[ilustración #10]

De aquí se reconoce que el "logaritmo base 10 de 100" es "2": (esto es, el número al que hay que elevar la base -en este ejemplo, 10- para que nos dé el resultado equis ya conocido: aquí, 100).

Por eso, es fácil reconocer a simple vista que el logaritmo base 2 de 2 es 1: porque 2^1=2. En realidad no hace falta calculadora.

Otro ejemplo trivial (la abundancia de estos ejemplos facilita la vida): averiguar la cantidad de cents en un semitono. Por definición sabemos de antemano el resultado (100 cents) pero ya a esta altura se habrán dado cuenta de que no me interesan los resultados sino el mecanismo para llegar a ellos.

Entonces: el numerito que caracteriza al semitono temperado es "raíz duodécima de 2" (otra vez: resultado de dividir la octava -caracterizada por el número 2- en 12 partes iguales), esto es 1,059463094359...

El logaritmo base 2 (log2) de 1,059463094359... es sorprendentemente sencillo: 0,0833333... (este número responde a la pregunta "*¿2 elevado a qué exponente da como resultado 1,059463094... ?*")

Multipliquemos ahora 0,0833333 * 1200 y obtenemos 100 exactamente, sin redondeo ni nada.

*

¿Y si mi calculadora no tiene logaritmos en base 2?

Con algunas calculadoras de mano pueden calcularse directamente logaritmos en base 2. La mayor parte de los fabricantes, sin embargo, no han pensado en los músicos, y a duras penas ofrecen logaritmos base 10 (o bien logaritmos "naturales" o "neperianos", donde la base, en lugar de ser 2 ó 10, es un extraño número llamado "e", igual a 2,7172..., que se usa mucho en estadística y que vamos a olvidar completamente).

Afortunadamente podemos convertir estos logaritmos base 10 en logaritmos base 2 con gran facilidad. La fórmula es:

log2 (número) = log10 (numero)/log10 (2)

[ilustración #11: conversión de logaritmos]

Expresado verbalmente: hallamos el logaritmo base 10 del número que queremos ("equis"), y luego lo dividimos por el logaritmo base 10 de 2 (que es 0,3010...). El resultado es el logaritmo base 2 de nuestro número ("equis"). Por cierto, da lo mismo que usemos logaritmos base 10, base "e" o base 27. Lo que importa es que ambos logaritmos estén en la misma base: el del número (*equis*) y el de (2).

Este "truco" de convertibilidad refleja una propiedad fundamental de los logaritmos. Podemos usarlo para convertir logaritmos de cualquier base a cualquier otra.

Y a todo esto, ¿para qué trajimos a colación los cents? Para averiguar con precisión tres cosas:

a) cuánto se desvía el DIA (389 Hz) de la nota SOL (392 Hz, en la escala temperada)
b) cuánto se desvía el AÑO (272 Hz) de la nota DO# (277 Hz)
c) qué intervalo exactamente (y no "más o menos") separa al DIA del AÑO (sin contar las ocho octavas intermedias).

El planteo es lineal, y el cálculo es el mismo en los tres casos (repasemos):

- dividir las dos frecuencias
- hallar el logaritmo base 2 de ese número obtenido
- multiplicarlo por 1200

Vayamos uno por uno. Traten de seguir el mecanismo calculadora en mano.

a)
- DIA 389,4251891741 Hz (ahora sí usemos un par de decimales, que no cuesta nada e impresiona)
- nota SOL = 391,9954359807 Hz
- los dividimos: 391,9954359807 / 389,4251891741 = 1,0066001041485...
(este es el número que caracteriza al intervalo entre 392 y 389 Hz. Está cerca de 1; esto significa, auditivamente, que son *casi* la misma nota).
- log2 de 1,006600104... = 0,009490652216792...
(en realidad usé el truquito de hallar primero el logaritmo10 de 1,000... y luego dividirlo por el log10 de 2)
- multiplicamos por 1200: 0,009490652... * 1200 = 11,4 CENTS

¿Y cuánto es 11 cents? ¿Cómo suena? ¿Cuán grande o chico es este intervalo? Fácil: si 100 cents es un semitono, 11 cents es aproximadamente la novena parte de un semitono (porque 100 / 11,4 = 8,8). O, lo que es lo mismo, un dieciochoavo de tono (1/18). ¿Se oye? La pregunta es más bien quién lo oye. Tengamos en cuenta que un músico de orquesta a duras penas reconoce diferencias más sutiles que un cuarto de tono (1/4). Un oído más entrenado llegará a diferenciar octavos de tono. Para dieciochoavos de tono necesitamos un oído de platino; pero sí, en principio *puede* oirse esta diferencia.

b) AÑO. Es fundamentalmente el mismo mecanismo:
- AÑO: 272,1938577515 Hz
- DO#: 277,1826309766 Hz
- Los dividimos: 277,1826310 / 272,1938578 = 1,018328015431
- log2 de este número: 0,02620234531481
- multiplicamos por 1200: 31,44... cents

Ya la diferencia es apreciable. Aproximadamente un tercio de semitono, o sea un sexto de tono (1/6).

c) Calcular el intervalo entre AÑO y DIA (sin las ocho octavas intermedias):
- AÑO: 272,1938577515 Hz
- DIA: 389,4251891741 Hz
- Los dividimos: 389,4251891741 / 272,1938577515 = 1,43069058350915...
- log2 de este número: 0,5167116930958...
- multiplicamos por 1200: 620,05... Cents

Resultado: 620 cents. 600 cents son 6 semitonos (un tritono), nos sobran 20 cents, que es un quinto (1/5) de semitono (pues 100/20 = 5), o sea un décimo (1/10) de tono. Un intervalo apenas más grande que un tritono, un *diabolus in musica*, como lo llamaban en la Edad Media. Afortunadamente la Santa Inquisición no llegó a enterarse, o hubiera condenado al planeta a la hoguera por brujería global.

*

Tareas para el hogar:

1) ¿qué nota produce la Luna en su movimiento alrededor de la Tierra? Como pista: un mes sideral (la duración de la circunvolución lunar alrededor de la Tierra en relación a las estrellas "fijas") es de 27,32166 días terrestres. Es decir, 2.360.591,4 segundos.

2) ¿Qué notas producen cada uno de los planetas al rotar sobre su eje y al trasladarse alrededor del sol? ¿Qué notas -y acordes- producen todas sus lunas? Y acá se acabaron las pistas: vayan, abran un libro de astronomía, y entérense de cuánto dura un día en Neptuno.